

Exercice 2 – Slam Dunk au golf (6 points)

Partie 1 – Mesure de la vitesse initiale d'une balle de golf

Document – Radar de mesure

La valeur de la vitesse initiale d'une balle de golf peut être déterminée grâce à un radar placé derrière le joueur.

L'appareil utilise un émetteur qui génère une onde électromagnétique de fréquence $f_E = 21,125 \text{ GHz}$ ainsi qu'un récepteur qui capte l'onde après réflexion sur la balle.

La différence Δf entre la valeur de la fréquence de l'onde émise et celle de l'onde reçue permet d'accéder à la valeur de la vitesse v de la balle qui s'affiche sur l'écran du radar grâce à la relation : $|\Delta f| = \frac{2 \times v}{c} \times f_E$.

Données :

- Célérité d'une onde électromagnétique dans le vide ou dans l'air : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$

À la suite de la frappe réalisée par une golfeuse, un radar mesure un décalage de fréquence dont la valeur absolue est $|\Delta f| = 4\,225 \text{ Hz}$.

Q1- Nommer le phénomène physique lié au décalage de fréquence.

L'effet Doppler est responsable de ce décalage de fréquence.

Q2- Calculer la valeur de la vitesse initiale v_0 de la balle frappée par la joueuse.

$$|\Delta f| = \frac{2 \times v}{c} \times f_E \text{ donc } v = \frac{|\Delta f| \cdot c}{2 \cdot f_E}$$

$$v = \frac{4225 \times 3,00 \times 10^8}{2 \times 21,125 \times 10^9} = 30,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Partie 2 – Conditions de réalisation d'un slam dunk

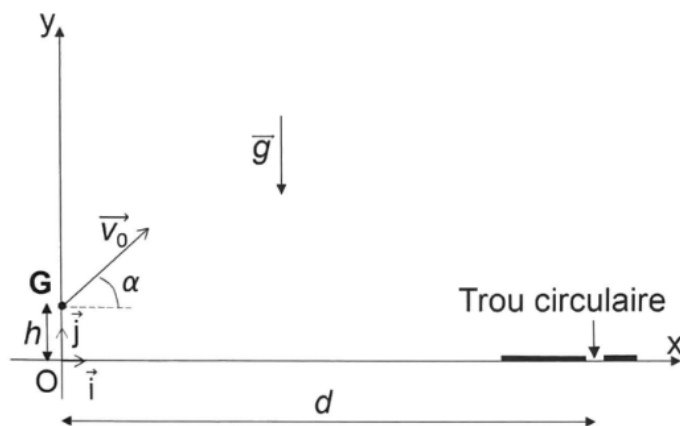


Figure 1 : Schéma du lancer de la balle de golf de centre de masse G à l'instant initial

Données :

- Masse de la balle de golf : $m = 46 \text{ g}$
- Hauteur initiale du centre de masse : $h = 3,0 \text{ cm}$
- Distance entre le centre de masse G de la balle et le trou : $d = 1,5 \times 10^2 \text{ m}$

Q3- Déterminer les expressions littérales des coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse G de la balle suivant les axes Ox et Oy.

Système {balle de golf} de masse m et de centre de masse G.

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère d'étude (Oxy).

Dans le cas d'une chute libre, la balle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

Q4- Montrer que les équations horaires de son mouvement sont :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos(\alpha)) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin(\alpha)) \cdot t + h \end{cases}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc } a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} \text{ et } a_y = \frac{dv_y(t)}{dt}$$

$$\text{Ainsi en primitivant on obtient } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

$$\text{Coordonnées du vecteur vitesse initiale } \vec{v}_0 : \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$$v_0 \cdot \cos \alpha = Cte_1$$

$$v_0 \cdot \sin \alpha = 0 + Cte_2$$

$$\text{Finalement : } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{Q3. À chaque instant } \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \text{ donc } v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ et } v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$\text{En primitivant on obtient } \overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + Cte_4 \end{cases}$$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le ballon est au point M_0 de coordonnées $(x(0) = 0; y(0) = H_m)$ donc :

$$0 + Cte_3 = 0$$

$$0 + 0 + Cte_4 = h$$

Finalement, on obtient les équations horaires

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos(\alpha)) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin(\alpha)) \cdot t + h \end{cases}$$

Q5- En déduire que l'équation de la trajectoire du centre de masse de la balle dans le

repère d'espace (Ox, Oy) s'écrit : $y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + x \cdot \tan(\alpha) + h$.

$$t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + x \cdot \tan(\alpha) + h$$

Q6- Indiquer les paramètres initiaux de lancement sur lesquels la joueuse peut intervenir pour réussir le slam dunk.

La joueuse peut intervenir sur la vitesse initiale v_0 et sur l'angle α du vecteur vitesse initial.

La hauteur h est imposée par l'utilisation d'un tee et est considérée fixe.

Une joueuse amateur frappe la balle avec un angle $\alpha = 39^\circ$ et une vitesse initiale de valeur $v_0 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q7- Indiquer si, dans ces conditions, la joueuse réussit un slam dunk.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Pour réussir le slam dunk la balle doit respecter $y(d) = 0$, c'est-à-dire toucher le sol au niveau du trou circulaire.

$$y(d) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + d \cdot \tan(\alpha) + h$$

$$-0.5 \times 9.81 \times \left(\frac{150}{30 \times \cos(39)} \right)^2 + 150 \times \tan(39) + 3.0 \times 10^{-2}$$

$$y(d) = -\frac{1}{2} \times 9.81 \times \left(\frac{1.5 \times 10^2}{30 \times \cos(39^\circ)} \right)^2 + 1.5 \times 10^2 \times \tan(39^\circ) + 3.0 \times 10^{-2} = -82 \text{ m} \neq 0.$$

La balle a touché le sol bien avant d'atteindre les 150 m du trou. La joueuse n'a pas réussi son slam dunk.

Autre méthode :

Déterminons pour quelle distance la balle touchera le sol.

$$y(d) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + d \cdot \tan(\alpha) + h = 0$$

$$-\frac{1}{2} \times 9.81 \times \left(\frac{1}{30 \times \cos(39^\circ)} \right)^2 \times d^2 + d \times \tan(39^\circ) + 3.0 \times 10^{-2} = 0$$

On ne retient que la solution positive donnée par la calculatrice $d = 90 \text{ m} < 150 \text{ m}$.

Le slam dunk est raté.

Tutoriel d'Yvan Monka

<https://www.youtube.com/watch?v=ncUUcQuVeGY>

Simulez ce tir avec <https://www.afreeparticle.com/projectile.html>

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
PLYSLT2 APP
POLYNÔME - DEGRÉ 2
-0.5...x²+0.8...x+0.03=0
-0.5*9.81*(1/(30*cos(39)))²
MENU MODE ANNUL CHARGÉ RÉSOL

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
PLYSLT2 APP
-0.5...x²+0.8...x+0.03=0
x1=-0.0370316331
x2=89.77534363