

**Mots-clés : évolution temporelle d'un système, loi de vitesse.**

1. Vu que l'on veut étudier l'hydrolyse du saccharose dans les sodas qui sont des solutions acides, il est nécessaire de travailler à un pH inférieur à 7 (à l'aide d'une solution tampon qui va « fixer » la valeur du pH).

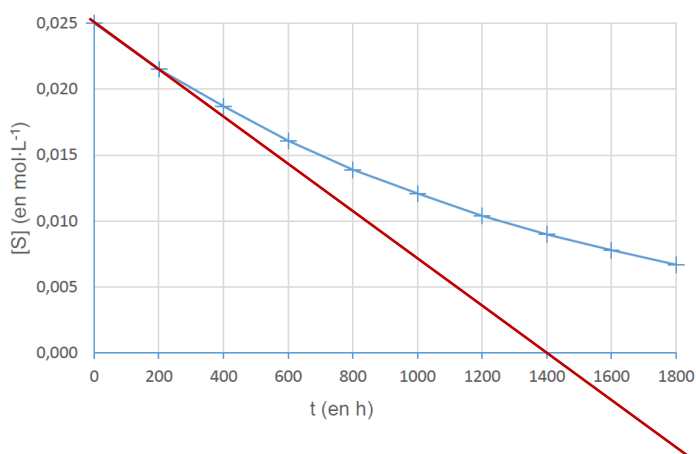
2. La problématique consiste à déterminer le pourcentage de saccharose restant dans la boisson lorsque la DDM est atteinte, soit au bout de 3 mois (90 jours). Or Les mesures effectuées s'achèvent au bout de 1800 h soit 75 jours. Ainsi les mesures ne permettent pas de répondre à la problématique.

3. Par définition, la vitesse volumique de disparition du saccharose est :  $v = -\frac{d[S]}{dt}$

4. On peut estimer la valeur de la vitesse volumique de disparition du saccharose à un instant  $t$  donné en traçant la tangente à la courbe  $[S] = f(t)$  à l'instant  $t$ . La valeur de la vitesse à l'instant  $t$  est égale à l'opposé (à cause du signe -) du coefficient directeur de la tangente.

Illustration : à la date  $t = 0$ ,  $v = -\frac{\Delta[S]}{\Delta t}$

$$v = -\frac{(0 - 0,025) \text{ mol.L}^{-1}}{(1400 - 0) \text{ h}} = 1,8 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$



5. Pour une loi de vitesse d'ordre 1, la vitesse volumique de disparition de l'espèce S est proportionnelle à sa concentration :  $v = k.[S]$

**Rq : en toute rigueur, il faudrait parler de loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à S, l'autre réactif (l'eau) étant en large excès, sa concentration ne varie pas.**

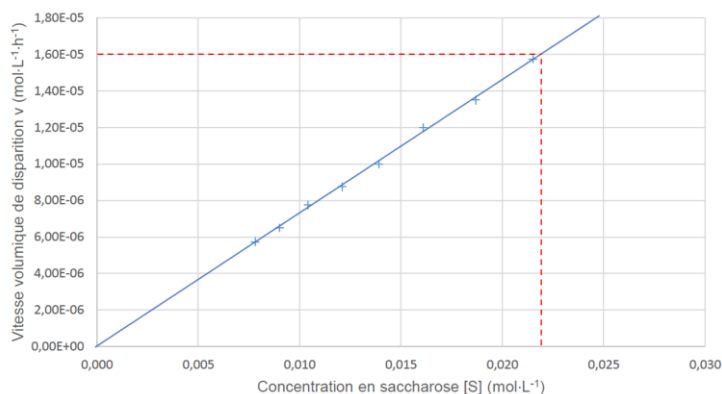
6. La courbe  $v = f([S])$  peut être modélisée par une droite passant par l'origine donc  $v$  est proportionnelle à  $[S]$  ce qui est en accord avec une loi de vitesse d'ordre 1 (par rapport à S).

7.  $v = k.[S]$  donc la constante  $k$  est égale au coefficient directeur de la droite représentative de  $v = f([S])$

En prenant l'origine et un point sur la droite modélisée, éloigné de l'origine pour une meilleure précision :

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta [S]} = \frac{(1,60 \times 10^{-5} - 0) \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}{(0,022 - 0) \text{ mol.L}^{-1}} = 7,2 \times 10^{-4} \text{ h}^{-1}$$

Cette valeur est en accord au chiffre significatif près avec la valeur proposée ( $7,3 \times 10^{-4} \text{ h}^{-1}$ )



8. Le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$  est la durée nécessaire pour que l'avancement  $x(t)$  atteigne la moitié de sa valeur finale. Dans le cas d'une réaction totale (comme ici), c'est également la durée nécessaire pour la moitié du réactif limitant soit consommé.

Ainsi,  $n(S)_{t_{1/2}} = \frac{n(S)_0}{2}$  donc  $[S]_{t_{1/2}} = \frac{[S]_0}{2}$  or  $[S] = [S]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$  d'après l'énoncé.

Donc  $[S]_{t_{1/2}} = \frac{[S]_0}{2} = [S]_0 \cdot e^{-k \cdot t_{1/2}}$

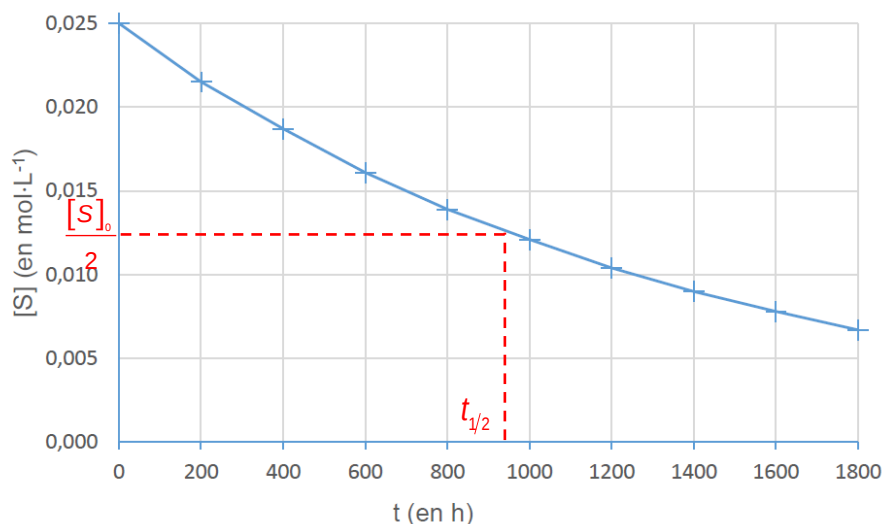
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-k \cdot t_{1/2}} \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} = -k \cdot t_{1/2} \Leftrightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

**Conclusion :**  $t_{1/2}$  ne dépend pas de la concentration initiale  $[S]_0$ .

**Rq :** c'est exactement comme la demi-vie  $t_{1/2}$  étudiée en Enseignement Scientifique 1<sup>ère</sup> puis approfondie en Spécialité Physique-Chimie en Terminale (hors examen) car la loi de décroissance radioactive est une loi de vitesse d'ordre 1.

9. Pour trouver la valeur de  $t_{1/2}$ , on peut utiliser la relation  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$  :  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{7,3 \times 10^{-4}} = 9,5 \times 10^2 \text{ h}$ .

Autre méthode : en utilisant la figure 1 :  $[S]_{t_{1/2}} = \frac{[S]_0}{2}$  donc  $t_{1/2} = 9,5 \times 10^2 \text{ h}$



10. Le pourcentage de saccharose restant à la date  $t$  est  $p = \frac{[S]}{[S]_0}$

Or  $[S] = [S]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$  donc ce pourcentage vaut  $p = \frac{[S]_0 \times e^{-k \cdot t}}{[S]_0} = e^{-k \cdot t}$

Au bout de 3 mois (DDM) soit  $t = 3 \times 30 \times 24 = 2160 \text{ h}$  :

$$p = e^{-7,3 \times 10^{-4} \times 2160} = 0,21 = 21 \%$$