

EXERCICE 1

En 1845, afin de vérifier expérimentalement la théorie de Christian Doppler, le scientifique Christoph Buys-Ballot a réalisé l'expérience suivante : des musiciens à bord d'un train jouent un La de fréquence f_E . Des auditeurs, convenablement disposés le long de la voie ferrée, ont pu reconnaître la note jouée par les musiciens lors de l'approche du train.

Note	Fa	Fa [#]	Sol	La ^b	La	La [#]	Si
f (Hz)	349	370	393	415	440	464	494



1. Quel est le phénomène à l'origine du décalage des fréquences entre l'onde émise et l'onde perçue ?

Le phénomène mis en jeu est l'effet Doppler.

2. Quelle est la fréquence f_R de la note entendue par les auditeurs situés au bord de la voie ferrée ?

Les musiciens situés au bord de la voie ferrée entendent un La[#], soit une note de fréquence f_R égale à 464 Hz.

3. Dans cette situation, on a : $\Delta f = f_E \times \frac{v}{v_{\text{onde}} - v}$

$v_{\text{onde}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$ étant la célérité du son dans les conditions de température du jour de l'observation. Calculer la valeur de la vitesse de déplacement du train.

La valeur de la vitesse du train se déduit de l'expression du décalage Doppler :

$$\Delta f = f_E \times \frac{v}{v_{\text{onde}} - v}$$

Il vient $\Delta f \times (v_{\text{onde}} - v) = f_E \times v$

Et ensuite $\Delta f \times v_{\text{onde}} = f_E \times v + \Delta f \times v$

Soit $v \times (f_E + \Delta f) = \Delta f \times v_{\text{onde}}$ Or $\Delta f = f_R - f_E$

D'où $v \times f_R = (f_R - f_E) \times v_{\text{onde}}$

Ainsi $v = \frac{f_R - f_E}{f_R} \times v_{\text{onde}}$

Ce qui s'écrit aussi $v = v_{\text{onde}} \left(1 - \frac{f_E}{f_R}\right)$

Donc $v = 340 \left(1 - \frac{440}{464}\right) = 17,6 \text{ m.s}^{-1}$

EXERCICE 2

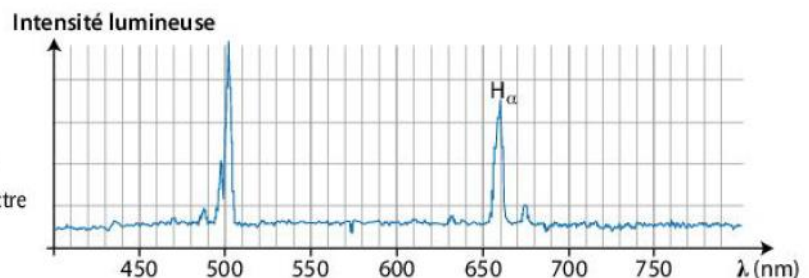
La valeur v de la vitesse d'un astre par rapport à la Terre est donnée par la formule de Doppler-Fizeau :

$$v = c \times \frac{|\lambda_{\text{spectre}} - \lambda_{\text{référence}}|}{\lambda_{\text{référence}}} \text{ avec}$$

c : célérité de la lumière dans le vide ($c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$)

λ_{spectre} : longueur d'onde d'une raie du spectre de la lumière venant de l'astre

$\lambda_{\text{référence}}$: longueur d'onde de la même raie dans un spectre de référence (spectre obtenu sur Terre)



Spectre de la galaxie M77

1. Sachant que la longueur d'onde de la raie H_α mesurée sur Terre pour une source au repos est 656,3 nm, calculer le décalage de longueur d'onde pour la raie H_α de la galaxie nommée M77.

Le spectre de la galaxie M77 permet de trouver la longueur d'onde de la raie H_α . Elle vaut $\lambda_{\text{spectre}} = 600 \text{ nm}$.

Le décalage de longueur d'onde est donc :

$$\Delta\lambda = |\lambda_{\text{spectre}} - \lambda_{\text{référence}}| = 660 - 656,3 = 4 \text{ nm}$$

2. Préciser si la galaxie M77 s'éloigne ou se rapproche de la Terre.

Comme $\lambda_{\text{spectre}} > \lambda_{\text{référence}}$, la raie H_α est décalée vers les grandes longueurs d'onde. La galaxie s'éloigne de la Terre.

3. Calculer la valeur de la vitesse de la galaxie M77 par rapport à la Terre.

La valeur de la vitesse v de la galaxie M77 par rapport à la Terre est :

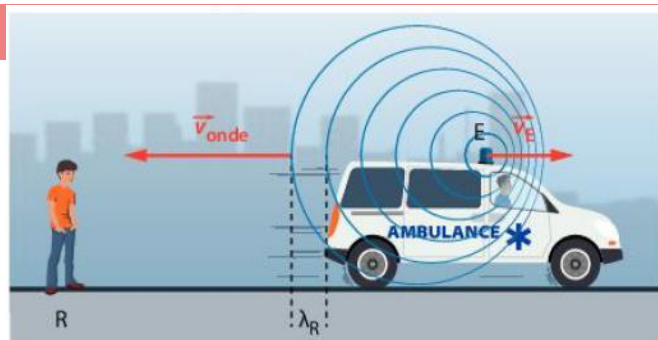
$$v = c \times \frac{|\lambda_{\text{spectre}} - \lambda_{\text{référence}}|}{\lambda_{\text{référence}}} = 3,00 \times 10^8 \times \frac{|660 - 656,3|}{656,3} = 1,7 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

EXERCICE 3

L'effet Doppler permet de mesurer la valeur de la vitesse d'un émetteur E s'éloignant d'un observateur immobile R.

On se propose de relier :

- La fréquence f_E d'émission des signaux par E ;
- la fréquence f_R de réception des signaux par R ;
- la valeur v_{onde} de la célérité de l'onde émise par E ;
- la valeur v_E de la vitesse de l'émetteur.



Les valeurs des vitesses sont mesurées dans un référentiel terrestre et $v_E < v_{\text{onde}}$.

1. À l'instant initial $t_1 = 0 \text{ s}$, E est à la distance d de R et émet une onde sonore se propageant à la célérité v_{onde} . Exprimer littéralement la date t_2 au bout de laquelle ce signal est reçu par R.

D'après la relation entre la valeur de la vitesse, la distance parcourue et la durée de parcours : $t_2 = \frac{d}{v_{\text{onde}}}$

2. Déterminer l'expression de la distance d_E parcourue par l'émetteur pendant une durée égale à une période T_E du signal émis.

De même, $d_E = v_E \times T_E$

3. À la date $t_3 = T_E$, quelle est la distance qui sépare E et R ?

La distance qui sépare E et R est : $d_3 = d + d_E = d + v_E \times T_E$

4. À la date $t_3 = T_E$, l'émetteur émet de nouveau un signal. À quel date t_4 le récepteur R reçoit-il ce signal ?

$$t_4 = T_E + \frac{d_3}{v_{\text{onde}}} = T_E + \frac{d + v_E \times T_E}{v_{\text{onde}}}$$

5. Quelle est la durée, notée T_R , séparant la réception par R de deux signaux consécutifs ? que représente cette durée T_R ?

$T_R = t_4 - t_2$ soit :

$$T_R = T_E + \frac{d + v_E \times T_E}{v_{\text{onde}}} - \frac{d}{v_{\text{onde}}} = T_E + \frac{v_E \times T_E}{v_{\text{onde}}} = T_E \times \left(1 + \frac{v_E}{v_{\text{onde}}}\right)$$

C'est la période de l'onde reçue

6. Exprimer la relation entre les fréquences f_R et f_E , la célérité v_{onde} du signal et la valeur v_E .

On déduit de la relation précédente : $\frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_E} \times \left(1 + \frac{v_E}{v_{\text{onde}}}\right)$

D'où $f_E = f_R \times \left(1 + \frac{v_E}{v_{\text{onde}}}\right)$ soit $f_E = f_R \times \frac{v_{\text{onde}} + v_E}{v_{\text{onde}}}$.

7. Quelle est l'expression littérale de la valeur de la vitesse v_E de l'émetteur ?

L'expression précédente conduit à : $f_E \times v_{\text{onde}} = f_R \times (v_{\text{onde}} + v_E)$

D'où $\frac{f_E \times v_{\text{onde}}}{f_R} = v_{\text{onde}} + v_E$ soit $v_E = \frac{f_E \times v_{\text{onde}}}{f_R} - v_{\text{onde}}$

Finalement : $v_E = v_{\text{onde}} \times \left(\frac{f_E}{f_R} - 1 \right) = v_{\text{onde}} \times \frac{f_E - f_R}{f_R}$

Type Bac : Effet Doppler (~ 1 h10)

1. Mouvement relatif d'une source sonore et d'un détecteur

Nous nous intéressons dans un premier temps au changement de fréquence associé au mouvement relatif d'une source sonore S et d'un détecteur placé au point M (figure 1). Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre dans lequel le détecteur est immobile. Une source S émet des « bips » sonores à intervalles de temps réguliers dont la période d'émission est notée T_0 . Le signal sonore se propage à la célérité v_{son} par rapport au référentiel terrestre.

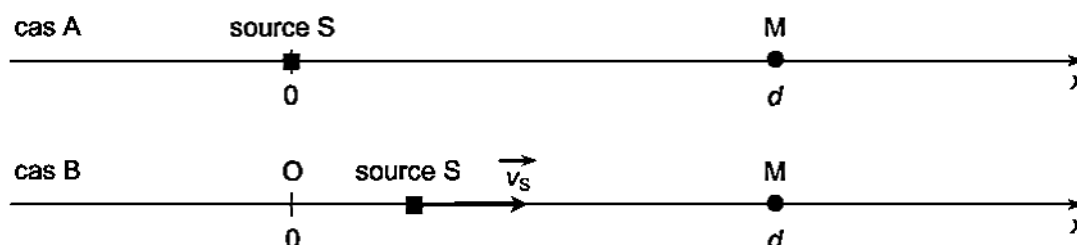


Figure 1. Schéma représentant une source sonore immobile (cas A), puis en mouvement (cas B).

1.1. Cas A : la source S est immobile en $x = 0$ et le détecteur M, situé à la distance d , perçoit chaque bip sonore avec un retard lié à la durée de propagation du signal.

1.1.1. Définir par une phrase, en utilisant l'expression « bips sonores », la fréquence f_0 de ce signal périodique.

La fréquence f_0 est le nombre de bips sonores par seconde, elle s'exprime en hertz.

1.1.2. Comparer la période temporelle T des bips sonores perçus par le détecteur à la période d'émission T_0 .

La distance entre la source et le détecteur ne varie pas, ainsi l'effet Doppler ne se produit pas donc $T = T_0$.

1.2. Cas B : la source S, initialement en $x = 0$, se déplace à une vitesse constante v_s suivant l'axe Ox en direction du détecteur immobile. La vitesse v_s est inférieure à la célérité v_{son} . On suppose que la source reste à gauche du détecteur.

Le détecteur perçoit alors les différents bips séparés d'une durée $T' = T_0 \cdot \left(1 - \frac{v_s}{v_{\text{son}}} \right)$

Indiquer si la fréquence f' des bips perçus par le détecteur est inférieure ou supérieure à la fréquence f_0 avec laquelle les bips sont émis par la source S. Justifier.

Comme $v_s < v_{\text{son}}$ alors $\frac{v_s}{v_{\text{son}}} < 1$, ainsi $(1 - \frac{v_s}{v_{\text{son}}}) < 1$ et comme $T' = T_0 \cdot (1 - \frac{v_s}{v_{\text{son}}})$ alors $T' < T_0$.

Soit $\frac{1}{T'} > \frac{1}{T_0}$

Enfin comme $f = \frac{1}{T}$, on a $f' > f_0$

La fréquence perçue f' est supérieure à la fréquence émise f_0 .

Remarque : ce résultat est conforme à l'observation de la vie quotidienne, la sirène de l'ambulance semble plus aiguë à l'approche.

2. La vélocimétrie Doppler en médecine

La médecine fait appel à l'effet Doppler pour mesurer la vitesse d'écoulement du sang dans les vaisseaux sanguins (figure 2).

Un émetteur produit des ondes ultrasonores qui traversent la paroi d'un vaisseau sanguin. Pour simplifier, on suppose que lorsque le faisceau ultrasonore traverse des tissus biologiques, il rencontre :

- des cibles fixes sur lesquelles il se réfléchit sans modification de la fréquence ;

- des cibles mobiles, comme les globules rouges du sang, sur lesquelles il se réfléchit avec une modification de la fréquence ultrasonore par effet Doppler (figure 3).

différents
vaisseaux du
lit vasculaire

vitesse de
l'écoulement
sanguin
(cm/s)

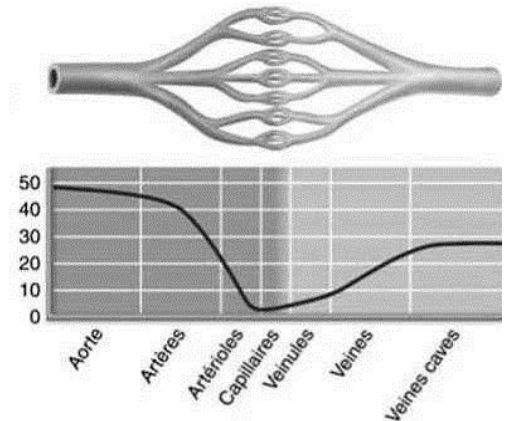


Figure 2. Vitesse moyenne du sang dans différents vaisseaux sanguins.

©2011 Pearson

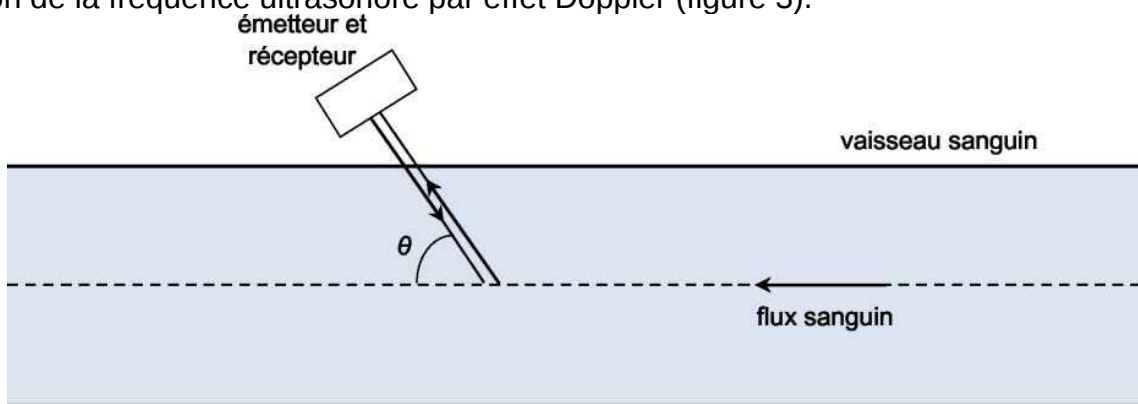


Figure 3. Principe de la mesure d'une vitesse d'écoulement sanguin par effet Doppler (échelle non respectée).

L'onde ultrasonore émise, de fréquence $f_E = 10$ MHz, se réfléchit sur les globules rouges qui sont animés d'une vitesse v . L'onde réfléchie est ensuite détectée par le récepteur.

La vitesse v des globules rouges dans le vaisseau sanguin est donnée par la relation $v = \frac{v_{\text{ultrason}}}{2 \cos \theta} \cdot \frac{\Delta f}{f_E}$ où

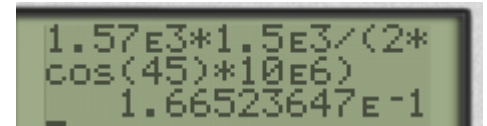
Δf est le décalage en fréquence entre l'onde émise et l'onde réfléchie, v_{ultrason} la célérité des ultrasons dans le sang et θ l'angle défini sur la figure 3.

On donne $v_{\text{ultrason}} = 1,57 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ et $\theta = 45^\circ$.

2.1. Le décalage en fréquence mesuré par le récepteur est de 1,5 kHz. Identifier le(s) type(s) de vaisseaux sanguins dont il pourrait s'agir.

On applique la formule fournie $v = \frac{v_{\text{ultrason}}}{2 \cdot \cos(\theta)} \cdot \frac{\Delta f}{f_E}$ avec $\Delta f = 1,5 \text{ kHz}$.

$$v = \frac{1,57 \times 10^3}{2 \times \cos(45)} \cdot \frac{1,5 \times 10^3}{10 \times 10^6} = 0,1665 \text{ m.s}^{-1}$$



En ne conservant que deux chiffres significatifs, $v = 0,17 \text{ m.s}^{-1} = 17 \text{ cm.s}^{-1}$.

La lecture de la figure 2 montre que les vaisseaux pour lesquels les vitesses d'écoulement sanguin sont dans cette gamme, sont les artérioles (un peu plus de 0 cm.s^{-1} à $v = 20 \text{ cm.s}^{-1}$), et les veines.

2.2. Pour les mêmes vaisseaux sanguins et dans les mêmes conditions de mesure, on augmente la fréquence des ultrasons émis f_E . Indiquer comment évolue le décalage en fréquence Δf . Justifier.

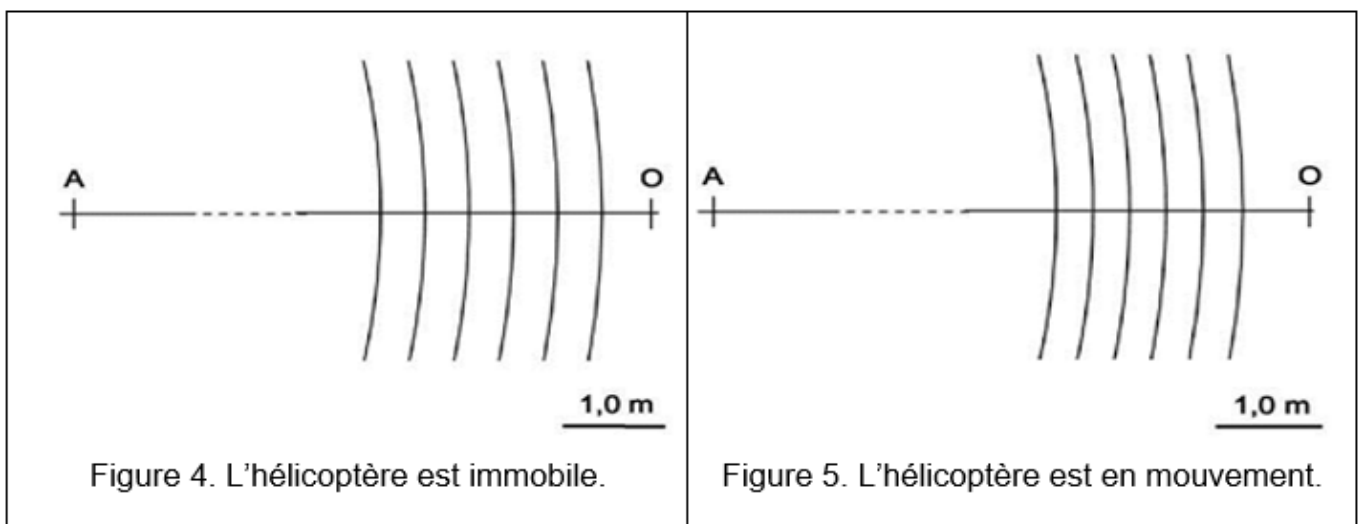
On a $v = \frac{v_{\text{ultrason}}}{2 \cdot \cos(\theta)} \cdot \frac{\Delta f}{f_E}$ ainsi $\Delta f = \frac{v \cdot 2 \cdot \cos(\theta) \cdot f_E}{v_{\text{ultrason}}}$ et dans cette formule seule f_E augmente, les autres paramètres sont inchangés.

Comme f_E est au numérateur alors Δf augmente.

3. Détermination de la vitesse d'un hélicoptère par effet Doppler

On s'intéresse à un son émis par un hélicoptère et perçu par un observateur immobile. La valeur de la fréquence de l'onde sonore émise par l'hélicoptère est $f_0 = 8,1 \times 10^2 \text{ Hz}$. On se place dans le référentiel terrestre pour toute la suite de cette partie.

Les portions de cercles des figures 4 et 5 ci-dessous donnent les maxima d'amplitude de l'onde sonore à un instant donné. Le point A schématise l'hélicoptère. Dans le cas de la figure 4, l'hélicoptère est immobile. Dans le cas de la figure 5, il se déplace à vitesse constante le long de l'axe et vers l'observateur placé au point O. La célérité du son dans l'air est indépendante de sa fréquence.



3.1. Déterminer, avec un maximum de précision, la longueur d'onde λ_0 de l'onde sonore perçue par l'observateur lorsque l'hélicoptère est immobile, puis la longueur d'onde λ' lorsque l'hélicoptère est en mouvement rectiligne uniforme.

On mesure la distance correspondant à plusieurs longueurs d'onde pour avoir un maximum de précision.

Sur la Figure 4, on a $5\lambda = 2,6 \text{ cm}$ donc $\lambda_0 = \frac{2,6}{5} = 0,52 \text{ cm}$. Il faut tenir compte de l'échelle.

1,2 cm schéma $\rightarrow$ 1,0 m en réalité

Donc 0,52 cm schéma $\rightarrow$ λ_0 m en réalité

$$\lambda_0 = \frac{1,0 \times 0,52}{1,2} = 0,43 \text{ m en conservant que deux chiffres significatifs vu le manque de précision.}$$

Même raisonnement pour la figure 5 :

Sur la Figure 5, on a $5\lambda' = 2,1 \text{ cm}$ donc $\lambda' = \frac{2,1}{5} = 0,42 \text{ cm}$. Il faut tenir compte de l'échelle.

1,2 cm schéma $\rightarrow$ 1,0 m en réalité

Donc 0,42 cm schéma $\rightarrow$ λ' m en réalité

$$\lambda' = \frac{1,0 \times 0,42}{1,2} = 0,35 \text{ m.}$$

3.2. En déduire une estimation de la valeur de la célérité de l'onde sonore. Commenter la valeur obtenue.

On a $\lambda_0 = \frac{v_{\text{son}}}{f_0}$ donc $v_{\text{son}} = \lambda_0 \cdot f_0$

$$v_{\text{son}} = 0,43 \times 8,1 \times 10^2 = 3,483 \times 10^2 \text{ m.s}^{-1} = 3,5 \times 10^2 \text{ m.s}^{-1} \text{ avec 2 CS.}$$

On sait que la célérité du son dans l'air est plus proche de 340 m.s^{-1} en général.

On a pu commettre une légère erreur de mesure sur la mesure de λ_0 ou l'altitude de l'hélicoptère joue sur la célérité du son.

3.3. Déterminer la fréquence du son perçu par l'observateur lorsque l'hélicoptère est en mouvement. Cette valeur est-elle en accord avec le résultat de la question 1.2. ? Comment la perception du son est-elle modifiée ?

Grâce à la figure 5, on a $\lambda' = 0,35 \text{ m}$ et on utilise la valeur précédente de la célérité (l'énoncé précise que la célérité est indépendante de la fréquence).

$$\lambda' = \frac{v_{\text{son}}}{f'} \text{ donc } f' = \frac{v_{\text{son}}}{\lambda'} = \frac{\lambda_0 \cdot f_0}{\lambda'}$$

$$f' = \frac{0,43 \times 8,1 \times 10^2}{0,35} = 1,0 \times 10^3 \text{ Hz} > f_0$$

Tout comme à la question 1.2. on constate que la fréquence perçue est supérieure à la fréquence émise.

Le son émis par l'hélicoptère paraît plus aigu lorsque ce dernier s'approche de l'observateur.

3.4. En déduire la valeur de la vitesse de l'hélicoptère. Cette valeur vous paraît-elle réaliste.

On prend la formule donnée en début de sujet $T' = T_0 \cdot (1 - \frac{v_s}{v_{\text{son}}})$

$$\frac{T'}{T_0} = 1 - \frac{v_s}{v_{\text{son}}}$$

$$\frac{v_s}{v_{\text{son}}} = 1 - \frac{T'}{T_0}$$

$$v_s = \left(1 - \frac{T'}{T_0}\right) \cdot v_{\text{son}}$$

$$v_s = \left(1 - \frac{\frac{1}{f'}}{\frac{1}{f_0}}\right) \cdot v_{\text{son}} = \left(1 - \frac{f_0}{f'}\right) \cdot v_{\text{son}}$$

$$v_s = \left(1 - \frac{8,1 \times 10^2}{9,9514 \times 10^2}\right) \times 3,483 \times 10^2 = 64,8 \text{ m.s}^{-1} = 65 \text{ m.s}^{-1}$$

En multipliant par 3,6, on obtient $v_s = 233 \text{ km.h}^{-1}$.

Cette valeur semble réaliste pour un hélicoptère.

Type Bac : Radar (~ 50 min)

L'effet Doppler fut présenté par Christian Doppler en 1842 pour les ondes sonores puis par Hippolyte Fizeau pour les ondes électromagnétiques en 1848. Il a aujourd'hui de multiples applications.

Un radar de contrôle routier est un instrument servant à mesurer la vitesse des véhicules circulant sur la voie publique à l'aide d'ondes radar. Le radar émet une onde continue qui est réfléchi par toute cible se trouvant dans la direction pointée. Par effet Doppler, cette onde réfléchi possède une fréquence légèrement différente de celle émise : plus grande fréquence pour les véhicules s'approchant du radar et plus petite pour ceux s'en éloignant.

En mesurant la différence de fréquence entre l'onde émise et celle réfléchi, on peut calculer la vitesse de la «cible».

Mais les radars Doppler sont utilisés dans d'autres domaines...

En météorologie, le radar Doppler permet d'analyser la vitesse et le mouvement des perturbations et de fournir des prévisions de grêle, de pluies abondantes, de neige ou de tempêtes.

En imagerie médicale, le radar Doppler permet d'étudier le mouvement des fluides biologiques. Une sonde émet des ondes ultrasonores et ce sont les globules rouges qui font office d'obstacles et les réfléchissent. L'analyse de la variation de la fréquence des ondes réfléchies reçues par cette même sonde permet ainsi de déterminer la vitesse du sang dans les vaisseaux.

D'après le site : www.over-blog.com

Cet exercice propose d'étudier le principe de l'effet Doppler sonore. Pour simplifier cette approche, la réflexion de l'onde sur l'obstacle ne sera pas prise en compte.

Par ailleurs, on rappelle que plus la fréquence est élevée, plus le son est aigu.

1. Un véhicule muni d'une sirène est immobile.

La sirène retentit et émet un son de fréquence $f = 680 \text{ Hz}$. Le son émis à la date $t = 0$ se propage dans l'air à la vitesse $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$ à partir de la source S. On note λ la longueur d'onde correspondante.

La **figure 1** ci-dessous représente le front d'onde à la date $t = 4 T$ (T étant la période temporelle de l'onde sonore.)

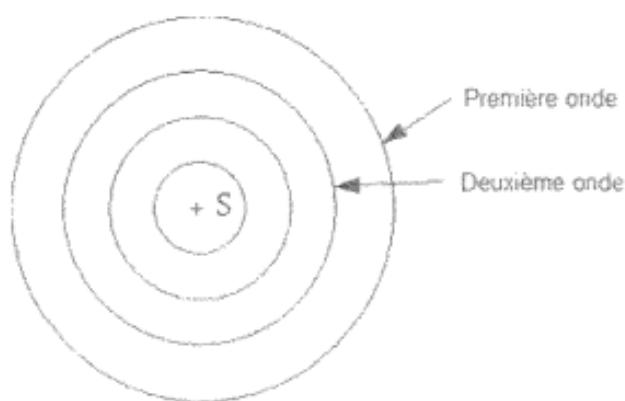


Figure 1

Répondre par «vrai» ou «faux» aux sept affirmations suivantes en justifiant son choix.

1.1. Une onde sonore est une onde transversale.

Faux, une onde sonore est une onde longitudinale. Les molécules d'air oscillent dans la même direction que celle de propagation de l'onde.

1.2. Une onde mécanique se propage dans un milieu matériel avec transport de matière.

Faux, il n'y a pas transport de matière, simplement oscillation temporaire de la matière.

1.3. La longueur d'onde est indépendante du milieu de propagation.

Faux, seule la fréquence est indépendante du milieu de propagation.

1.4. Un point M distant du point S d'une longueur égale à 51,0 m du milieu reproduit le mouvement de la source S avec un retard $\Delta t = 1,5$ s.

Faux, il n'y a pas transport de matière, simplement oscillation temporaire de la matière.

1.5. Le front d'onde a parcouru $d = 40,0$ m à la date $t = 3T$.

FAUX, $c = \frac{d}{3T} = \frac{d}{3 \cdot \frac{1}{f}} = \frac{d \cdot f}{3}$ donc $d = \frac{3 \cdot c}{f}$

$d = \frac{3 \times 340}{680} = 1,5$ m

1.6. Deux points situés à la distance $d' = 55,0$ m l'un de l'autre dans la même direction de propagation vibrent en phase.

VRAI, deux points vibrant en phase sont séparés par une distance $d' = n \cdot \lambda$ avec n entier.

$\lambda = \frac{c}{f}$ alors $d' = n \cdot \frac{c}{f}$

$d' = n \cdot \frac{340}{680} = 0,500 \cdot n$

Avec $d' = 55,0$ m alors $n = \frac{55,0}{0,500} = 110$, n est effectivement entier.

1.7. L'onde se réfléchit sur un obstacle situé à la distance $d'' = 680$ m de la source. L'écho de l'onde revient à la source 2,0 s après l'émission du signal.

FAUX, L'onde parcourt d'' et atteint l'obstacle ; elle se réfléchit et parcourt à nouveau d'' . Il s'est alors écoulé une durée Δt .

$c = \frac{2d''}{\Delta t}$ soit $\Delta t = \frac{2d''}{c}$

$\Delta t = \frac{2 \times 680}{340} = 4,00$ s L'écho de l'onde revient à la source 4,00 s après l'émission.

2. Le véhicule se déplace maintenant vers la droite à la vitesse v inférieure à c .

La **figure 2** donnée ci-après représente le front de l'onde sonore à la date $t = 4T$.

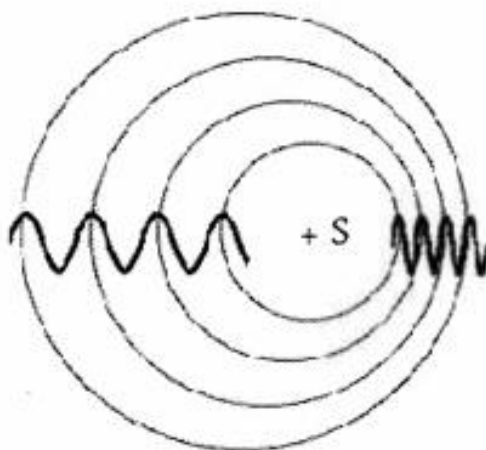


Figure 2

2.1. Donner la définition d'un milieu dispersif. L'air est-il un milieu dispersif pour les ondes sonores ?

Dans un milieu dispersif, la célérité d'une onde dépend de sa fréquence. L'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes sonores.

2.2. Le véhicule se rapproche d'un observateur immobile.

Pendant l'intervalle de temps T , le son parcourt la distance λ . Pendant ce temps, le véhicule parcourt la distance

$$d = v \cdot T.$$

La longueur d'onde λ' perçue par l'observateur à droite de la source S a donc l'expression suivante :

$$\lambda' = \lambda - v \cdot T \quad (1)$$

2.2.1. Rappeler la relation générale liant la vitesse de propagation, la longueur d'onde et la fréquence.

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

2.2.2. En déduire que la relation (1) permet d'écrire $f' = f \cdot \frac{c}{c-v}$ (f' étant la fréquence sonore perçue par l'observateur).

Relation (1) $\lambda' = \lambda - v \cdot T$

$$\frac{c}{f'} = \frac{c}{f} - v \cdot \frac{1}{f}$$

$$\frac{c}{f'} = \frac{1}{f} \cdot (c - v)$$

$$\frac{f'}{c} = \frac{f}{c-v}$$

$$f' = f \cdot \frac{c}{c-v}$$

2.2.3. Le son perçu est-il plus grave ou plus aigu que le son d'origine ? Justifier.

$$\frac{c}{c-v} > 1 \text{ donc } f' > f \text{ ainsi le son perçu est plus aigu que le son émis.}$$

2.3. Dans un deuxième temps, le véhicule s'éloigne de l'observateur à la même vitesse v .

2.3.1. Donner, sans démonstration, les expressions de la nouvelle longueur d'onde λ'' et de la nouvelle fréquence f'' perçues par l'observateur en fonction de f , v et c .

Par analogie avec la relation (1) on a $\lambda'' = \lambda + v \cdot T$

De même, $f'' = f \cdot \frac{c}{c+v}$.

2.3.2. Le son perçu est-il plus grave ou plus aigu que le son d'origine ? Justifier.

$$\frac{c}{c+v} < 1 \text{ donc } f'' < f \text{ ainsi le son perçu est plus grave que le son émis.}$$

2.4. Exprimer, puis estimer en km.h^{-1} , en arrondissant les valeurs à des nombres entiers, la vitesse du véhicule qui se rapproche de l'observateur sachant que ce dernier perçoit alors un son de fréquence $f' = 716 \text{ Hz}$.

Le véhicule se rapproche, on utilise la relation $f' = f \cdot \frac{c}{c-v}$

$$f' \cdot (c-v) = f \cdot c$$

$$f' \cdot c - v \cdot f' = f \cdot c$$

$$f' \cdot c - f \cdot c = v \cdot f'$$

$$c \cdot (f' - f) = v \cdot f'$$

$$v = \frac{c \times (f' - f)}{f'}$$

$$v = \frac{340 \times (716 - 680)}{716} \times 3,6 = 61,5 \text{ km.h}^{-1} = 62 \text{ km.h}^{-1} \text{ en arrondissant à l'entier le plus proche.}$$

Type Bac : Cinémomètre (~ 1 h10)

La mesure de vitesse intervient dans un très grand nombre de procédés technologiques dans des domaines très variés : industrie, médecine, sport, transport, aérospatiale, ...

Les dispositifs de mesure de vitesse sont généralement appelés cinémomètres. Les cinémomètres les plus courants peuvent être classés en deux catégories : les « cinémomètres Doppler » et les « cinémomètres laser ».

Cet exercice s'intéresse à certains aspects du fonctionnement et de l'utilisation de ces deux types d'appareils pour mesurer la valeur de la vitesse d'une « cible » dont la nature dépend du domaine d'application.

1. Cinémomètre Doppler

Ce type d'appareil utilise une onde électromagnétique monochromatique. Il comprend essentiellement : un émetteur qui génère une onde de fréquence $f_0 = 24,125$ GHz, un récepteur qui reçoit cette onde après réflexion sur la " cible " et une chaîne de traitement électronique qui compare le signal émis et le signal reçu.

Si la " cible " visée a une vitesse non nulle par rapport au cinémomètre, l'appareil produit un signal périodique dont la fréquence, appelée « fréquence Doppler », est proportionnelle à la vitesse de la " cible ".

Données :

- Relation, en première approximation, entre la « fréquence Doppler » et la vitesse de la " cible " :

$$f_D = \frac{2 \cdot f_0 \cdot v_r}{c}$$

f_D : fréquence Doppler
 f_0 : fréquence de l'émetteur
 v_r : vitesse relative à la "cible" par rapport à l'émetteur
 c : vitesse de la lumière dans le vide

- Célérité des ondes électromagnétiques dans le vide ou dans l'air :

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

1.1. Les cinémomètres Doppler utilisent l'effet Doppler. Expliquer en quelques lignes en quoi consiste ce phénomène.

Une source d'onde de fréquence f_{source} est perçue par un récepteur en mouvement à une fréquence différente $f_{\text{récepteur}}$. La fréquence perçue dépend de la vitesse relative du récepteur par rapport à la source émettrice.

Si la source et le récepteur sont en approche relative alors $f_{\text{récepteur}} > f_{\text{source}}$. Si la source émet des ondes sonores, elles seront perçues plus aiguës par le récepteur en mouvement relatif.

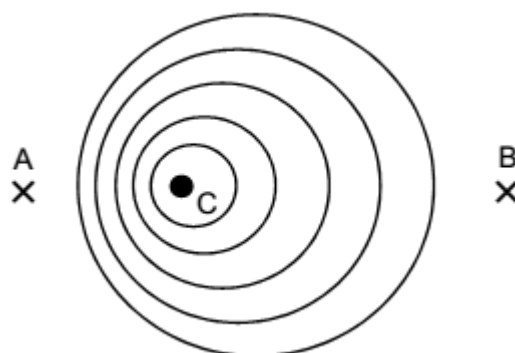
Si la source et le récepteur s'éloignent relativement alors $f_{\text{récepteur}} < f_{\text{source}}$. Si la source émet des ondes sonores, elles seront perçues plus graves par le récepteur en mouvement relatif.

Ce phénomène est appelé effet Doppler. Il s'applique également aux ondes électromagnétiques dont la lumière.

Un cinémomètre Doppler immobile est utilisé pour mesurer la vitesse d'une " cible " qui s'approche de lui. Les ondes électromagnétiques émises sont réfléchies par la " cible " avant de revenir au cinémomètre.

1.2. La figure ci-contre modélise de manière très simplifiée l'allure des ondes réfléchies par cette " cible ", notée C.

Déterminer, en explicitant le raisonnement suivi, si le cinémomètre Doppler est situé au point A ou au point B.

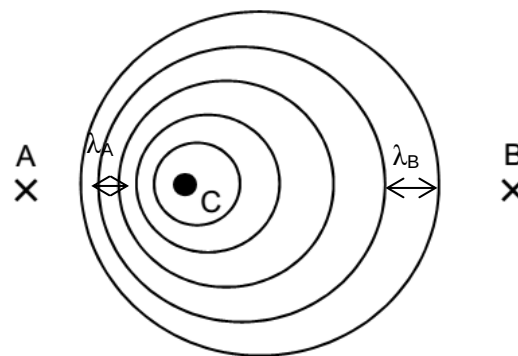


Sur la figure présentée la cible réfléchit les ondes du cinémomètre. La cible joue alors le rôle de l'émetteur (ou source). Tandis que le cinémomètre (en A ou B) est le récepteur.

Comme la cible s'approche de l'émetteur alors $f_{\text{récepteur}} > f_{\text{source}}$ soit dans le contexte $f_{A \text{ ou } B} > f_{\text{source}}$.

L'observation du schéma montre que A perçoit une onde de longueur d'onde λ_A inférieure à celle λ_B perçue par B.

$$\lambda_A < \lambda_B$$



Comme $\lambda = \frac{v}{f}$ et que l'onde possède partout la même célérité v alors $\frac{v}{f_A} < \frac{v}{f_B}$.

On en déduit que $f_A > f_B$.

Ainsi pour A, il perçoit $f_A > f_{\text{source}}$, c'est que la cible s'approche de lui.

Pour B, $f_B < f_{\text{source}}$, la cible s'éloigne de B.

Le cinémomètre est situé en A puisque la cible s'approche de lui.

1.3. Un cinémomètre Doppler est utilisé pour mesurer la vitesse des balles de tennis lors des principaux tournois internationaux comme celui de Roland Garros. Au cours de ce tournoi, lors d'un service, l'appareil mesure une fréquence Doppler de valeur $f_D = 7416 \text{ Hz}$.

1.3.1. Calculer la valeur de la vitesse de cette balle.

$$f_D = \frac{2 \cdot f_0 \cdot v_r}{c} \text{ donc } v_r = \frac{f_D \cdot c}{2 \cdot f_0}$$

$$v_r = \frac{7416 \times 3,00 \times 10^8}{2 \times 24,125 \times 10^9} = 46,1 \text{ m.s}^{-1}$$



1.3.2. Ce résultat est-il cohérent avec celui affiché sur la photographie ci-dessous prise lors de ce service ?

On convertit en km/h en multipliant le résultat précédent par 3,6.

$v_R = 166 \text{ km.h}^{-1}$ valeur conforme à celle affichée par le cinémomètre photographié.

2. Cinémomètre laser

Le principe de la mesure de vitesse grâce à cet instrument est basé sur une mesure de la distance séparant la "cible" du cinémomètre laser. On mesure le temps mis par une impulsion laser pour atteindre la "cible" visée et revenir au cinémomètre après réflexion. Un compteur électronique de temps est déclenché lorsque l'impulsion est émise par le laser et arrêté lorsque l'impulsion « retour » est détectée. Connaissant la durée d'un aller-retour ainsi que la vitesse de la lumière, on en déduit la distance laser-cible. Pour connaître la vitesse de la "cible", il suffit de répéter le processus de mesure de distance à des intervalles de temps fixes.

Données :

- Valeur de la longueur d'onde de l'onde électromagnétique utilisée par un cinémomètre laser :

$$\lambda = 904 \text{ nm}$$

- Durée entre l'émission de deux impulsions laser consécutives :

$$T = 100 \text{ } \mu\text{s}$$

- Exploitation d'une série de mesures d'une grandeur X :

Pour une série de mesures pour lesquelles on suppose les conditions de répétabilité vérifiées, on admet que :

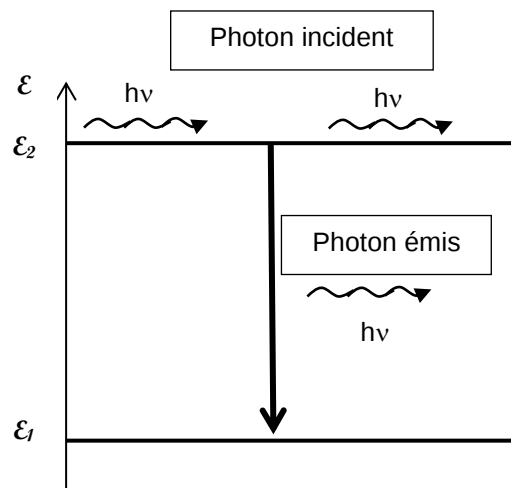
- la meilleure estimation de la valeur x de la grandeur X est égale à la moyenne $\bar{X}$ des N valeurs mesurées ;
- la meilleure estimation de l'incertitude de mesure de la grandeur X , avec un niveau de confiance de 95% s'écrit :

$$U_x = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{N}}$$

N : nombre de valeurs disponibles
 s_{n-1} : écart-type expérimental tel que :
 $s_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \times \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$

2.1. Expliquer le principe de l'émission stimulée et donner les principales propriétés du laser.

Lors d'une émission stimulée, un photon incident interagit avec un atome dans un état excité. Le photon incident provoque l'émission d'un second photon par cet atome. L'énergie $E = h \cdot \nu$ du photon incident doit être égale à la différence d'énergie $E_2 - E_1$ entre deux niveaux d'énergie de cet atome. Le photon incident et le photon émis ont même fréquence, même direction et sens de propagation et sont en phase.



La lumière émise par le laser est directive, cohérente, monochromatique et elle est concentrée sur une zone de l'espace relativement étroite.

2.2. À quel domaine spectral appartient l'onde électromagnétique utilisée dans le radar laser étudié ?

Le radar laser possède une longueur d'onde de $904 \text{ nm} > 800 \text{ nm}$, ce qui correspond au domaine de l'infrarouge.

2.3. Dans un processus de production industrielle, un cinémomètre laser en cours de réglage a effectué très rapidement une série de 10 mesures à intervalle de temps fixe. On obtient les résultats suivants :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$	3,4	3,8	3,9	3,7	3,6	3,7	3,5	3,8	3,7	3,6

2.3.1. Évaluer le résultat de la mesure en faisant apparaître la valeur de l'incertitude avec un niveau de confiance de 95% et présenter le résultat sous la forme :

$$v = \bar{v} \pm u_v$$

v : vitesse du véhicule (m.s^{-1})
 $\bar{v}$: meilleure estimation de la valeur de la vitesse (m.s^{-1})
 u_v : meilleure estimation de l'incertitude associée à la mesure (m.s^{-1})

À l'aide de la calculatrice on calcule l'écart-type expérimental s_{n-1} et la moyenne $\bar{v}$.

$$s_{n-1} = 0,149 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\bar{v} = 3,67 \text{ m.s}^{-1}$$

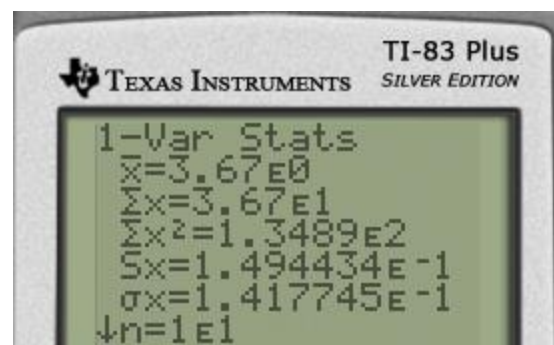
On peut calculer l'incertitude $U(v) = 2 \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{N}}$

$$U(v) = 2 \times \frac{0,149}{\sqrt{10}} = 0,094 \text{ m.s}^{-1}$$

On arrondit par excès à un seul chiffre significatif.

$$U(v) = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$$

L'incertitude porte sur les $1/10^e$, on arrondit donc la moyenne au $1/10^e$ le plus proche $\bar{v} = 3,7 \text{ m.s}^{-1}$.



On obtient l'intervalle de confiance avec un niveau de confiance de 95% : $v = 3,7 \pm 0,1 \text{ m.s}^{-1}$.

2.3.2. Pour le processus considéré, on souhaite disposer d'une incertitude relative inférieure ou égale à 3%. Cette condition est-elle vérifiée pour le résultat précédent ?

L'incertitude relative vaut $\frac{U(v)}{v} = \frac{0,1}{3,7} = 0,027 = 2,7\%$.

Elle est inférieure à 3% conformément au souhait indiqué.

2.4. Afin de déterminer la vitesse d'une "cible", le cinémomètre radar réalise plusieurs mesures de durée de parcours d'impulsions lumineuses.

2.4.1. Pour deux impulsions successives émises par le cinémomètre, montrer que la vitesse de la "cible" s'écrit :

$$v = c \cdot \frac{|\tau - \tau'|}{2T}$$

v : vitesse du véhicule cible
 c : vitesse de la lumière
 T : durée écoulée entre deux impulsions successives
 τ : durée mise par la première impulsion pour parcourir un aller-retour
 τ' : durée mise par la deuxième impulsion pour parcourir un aller-retour

À la date $t = 0 \text{ s}$, la première impulsion est émise.

À la date $t = \tau$, la première impulsion a effectué un aller-retour.

On considère que la voiture est si lente par rapport à la lumière du laser qu'elle n'a pas bougé pendant cette durée τ .

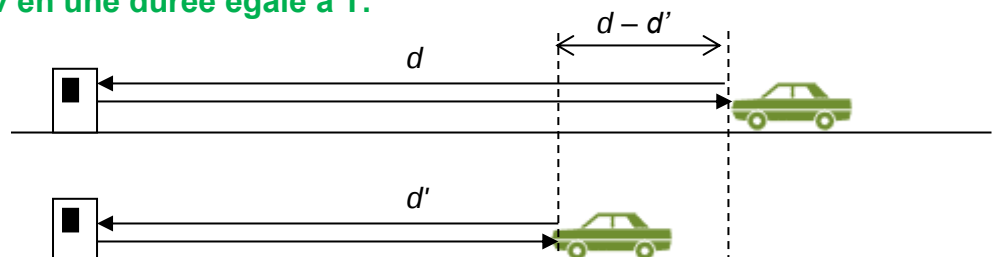
La lumière laser a parcouru la distance $2d$ à la célérité c . On a $c = \frac{2d}{\tau}$.

À la date $t = T$, la deuxième impulsion est émise.

À la date $t = T + \tau'$, elle a parcouru la distance $2d'$ à la célérité c ainsi $c = \frac{2d'}{\tau'}$.

La distance d' est plus petite que la distance d car la cible s'est rapprochée d'une distance égale à $d - d'$ à la vitesse v en une durée égale à T .

$$v = \frac{d - d'}{T}$$



L'expression de la vitesse de la cible proposée ne contient pas d et d' .

Exprimons ces distances en fonction de τ et τ' : $d = \frac{c\tau}{2}$ et $d' = \frac{c\tau'}{2}$.

$$v = \frac{\frac{c\tau}{2} - \frac{c\tau'}{2}}{T} = \frac{c(\tau - \tau')}{2T}$$

On retrouve l'expression proposée : $v = c \cdot \frac{|\tau - \tau'|}{2T}$.

2.4.2. Dans le cas étudié à la question 2.3, montrer en raisonnant sur les ordres de grandeur, qu'il est techniquement très difficile de réaliser une mesure de la différence de durées $|\tau - \tau'|$. Expliciter le raisonnement.

D'après l'expression précédente, on obtient $|\tau - \tau'| = v \cdot \frac{2T}{c}$.

En 2.3. on a déterminé que la vitesse est d'environ 4 m.s^{-1} .

$$|\tau - \tau'| = 4 \times \frac{2 \times 100 \times 10^{-6}}{3,00 \times 10^8} = 3 \times 10^{-12} \text{ s}$$

Soit une durée de l'ordre de 10^{-12} s .

Cette durée $\tau - \tau'$ est très faible, techniquement elle est très difficile à mesurer.

Il faut disposer d'un chronomètre d'une précision extrême.